

Un groupe de scientifiques, des spécialistes en environnement et des biologistes, étudient l'évolution d'une population de grenouilles autour d'un étang.

Les biologistes estiment que le nombre de grenouilles présentes autour de l'étang peut être modélisé par la fonction P définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ où t est le temps écoulé en années depuis 2018 :

$$P(t) = \frac{1\,000}{0,4 + 3,6e^{-0,5t}}.$$

1. Étudier les variations de la fonction P sur $[0; +\infty[$.
2. Déterminer la limite de la fonction P en $+\infty$.
3. Montrer qu'il existe une unique valeur $t_0 \in [0; +\infty[$ telle que $P(t_0) = 2\,000$. Déterminer cette valeur à 10^{-1} près.
4. Selon ce modèle, déterminer au cours de quelle année la population de l'étang aura dépassé pour la première fois les 2 000 grenouilles.